Минимальной толщины достаточно, чтобы исключить «разбивания» соединения. При этом размер, равный толщине упругого элемента (УЭ) может быть снят с одной (более прочной или более дешовой) детали.

Чаще всего этой деталью является трефовая муфта.

Установленный упругий элемент хорошо выполняет функцию выравнивания и снижения контактных напряжений, однако не всегда выполняет функцию амортизатора (или упругой муфты). Для этого размеры УЭ должны быть существенно увеличены (для увеличения угла закручивания). Последнее потребует корректировки всех размеров соединения.

Еще один проблемный вопрос это долговечность УЭ, которая зависит от уровня напряжений и характеристик материала. При недостаточной прочности УЭ нужно так изменить профиль соединения, чтобы увеличить площадь контакта УЭ с валом и муфтой. Такая реконструкция всегда возможна, например путем перехода соединения с четырехрожкового на шести или восьмирожковое.

***

ОСНОВЫ РАСЧЕТА КОРОТКИХ ЖЕСТКИХ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

А.П. Жуковец, доцент, к.т.н., ПГТУ

В машиностроении, и особенно в тяжелом, многие реальные объекты могут быть классифицированы как короткие жесткие балки, работающие на упругом основании. К примеру, прокатные валки листопрокатных станов, опорные цапфы конвертеров и разливочных ковшей, оси всевозможных шарниров, срезные пальцы муфт предельного момента и другие.

В технической и учебной литературе достаточно полно приведены методы расчета балок, работающих на упругом основании, а также учет влияния поперечных сил на перемещения при изгибе. Ниже, на основе объединения известных решений, приведены основы расчета коротких жестких балок, работающих на упругом основании.

Как известно, дифференциальное уравнение изогнутой оси балки с учетом влияния поперечных сил имеет вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{EI_z}\left[M(x) - \beta\,\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2}\right], \qquad (1)$$

где $\beta = \frac{\alpha E I_z}{GF}$, α - коэффициент формы сечения (для круглого сечения $\alpha = \frac{10}{9}$);

E – модуль продольной упругости материала;

G – модуль сдвига материала;

I_z – осевой момент инерции сечения;

F – площадь поперечного сечения.

Для рассматриваемых коротких жестких балок, работающих на упругом основании, в отличие от общеизвестного дифференциального уравнения.

$$\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4} = \frac{q(x)}{EI_z}, \tag{2}$$

запишем дифференциального уравнение с учетом влияния поперечных сил на перемещение при изгибе. Для этого воспользуемся уравнением (1), предварительно его продифференцировав. Учитывая известные дифференциальные зависимости при изгибе, получим:

$$\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4} = \frac{1}{EI_z}\left[q(x) - \beta\,\frac{\partial^2 q(x)}{\partial x}\right] \tag{3}$$

Из теории изгиба балок на простом упругом основании следует:

$$q(x) = -ky(x), \tag{4}$$

где k – коэффициент жесткости упругого основания.

Далее, подставив соотношение (4) в уравнение (3), окончательно получим

$$\frac{\partial^4 y(x)}{\partial x^4} - \frac{\beta \cdot k}{EI_z}\cdot\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} + \frac{k}{EI_z}\cdot y(x) = 0 \tag{5}$$

Решение дифференциальных уравнений вида (5) предполагает составление и решение соответствующих характеристических уравнений

$$\lambda^4 - \frac{\beta \cdot k}{EI_z}\cdot\lambda^2 + \frac{k}{EI_z} = 0 \tag{6}$$

Решая это уравнение с использованием формулы Муавра, получаем четыре попарно сопряженных комплексных корня

$$\lambda_1 = \delta + i\gamma\,; \qquad \lambda_2 = -\delta - i\gamma\,;$$

$$\lambda_3 = \delta - i\gamma\ ; \qquad \lambda_4 = -\delta + i\gamma\ . \tag{7}$$

В отличие от изгиба нежестких балок, работающих на упругом основании, для которых корни характеристического уравнения $\delta = \gamma = 1.0$, в рассматриваемом случае значение коэффициентов жесткости упругого основания k и корней характеристического уравнения δ и γ были получены на основании решения соответствующих контактных задач.

При найденных корнях δ и γ общее решение дифференциального уравнения (5) запишем в виде

$$y(x) = \left(C_1 e^{\delta\cdot x} + C_2 e^{-\delta\cdot x}\right)\cos\gamma x + \left(C_2 e^{\delta\cdot x} + C_4 e^{-\delta\cdot x}\right)\sin\gamma x \tag{8}$$

По своему физическому смыслу выражение (8) является уравнением прогибов рассматриваемой балки. Поэтому, продифференцировав его, получим уравнение углов поворота сечений балки.

$$\begin{aligned}\frac{\partial y(x)}{\partial x} = \theta(x) = \left[\delta\left(C_1 e^{\delta\cdot x} - C_3 e^{-\delta\cdot x}\right) + \gamma\left(C_2 e^{\delta\cdot x} + C_4 e^{-\delta\cdot x}\right)\right]\cos\gamma x - \\ - \left[\gamma\left(C_1 e^{\delta\cdot x} + C_3 e^{-\delta\cdot x}\right) - \delta\left(C_2 e^{\delta\cdot x} - C_4 e^{-\delta\cdot x}\right)\right]\sin\gamma x\end{aligned} \tag{9}$$

При выводе уравнения изгибающих моментов воспользуемся выражением (1), из которого следует:

$$M(x) = EI_z\,\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} + \beta\,\frac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2}$$

Учитывая, что $\dfrac{\partial^2 M(x)}{\partial x^2} = q(x) = -ky(x)$, окончательно получим:

$$M(x) = EI_z\,\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} - \beta\cdot ky(x) \tag{10}$$

Уравнение поперечной силы вытекает из выражения (10) после его дифференцирования:

$$Q(x) = \frac{\partial M(x)}{\partial x} = EI_z\,\frac{\partial^3 y(x)}{\partial x^3} - \beta\cdot k\,\frac{\partial y(x)}{\partial x} \tag{11}$$

Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3 и C_4, входящие в уравнения прогибов $y(x)$, углов поворота $\theta(x)$, изгибающих моментов $M(x)$ и поперечных сил $Q(x)$, могут быть определены в каждом конкретном случае исходя из граничных условий, т.е. условий закрепления и загружения на границах рассчитываемой балки.